

# FLUIDODINAMICA

AMABLE LIÑAN MARTINEZ

Catedrático de Mecánica de Fluidos (ETSIA)

Académico Electo de Ciencias

## INTRODUCCION

La Fluidodinámica es la rama de la Física que se ocupa del análisis del movimiento de líquidos y gases tanto en forma homogénea como en forma multifásica. Su ámbito de aplicación es amplísimo, no sólo en Ingeniería sino en la Meteorología y Geofísica, Ciencias Ambientales, Astronomía y Ciencias Biológicas.

En la Ingeniería Aeronáutica la Mecánica de Fluidos ha jugado un papel fundamental por la necesidad de conocer bien, para un diseño eficaz, el flujo externo del aire alrededor de las alas y fuselaje, (del que se ocupa la Aerodinámica), así como los flujos internos o guiados del sistema propulsivo. Estos últimos problemas tienen un carácter muy variado, por tener que atender al flujo en tomas y difusores, en compresores y turbinas y cámaras de combustión, y a los sistemas de lubricación y refrigeración.

Quizás el éxito de la teoría de perfiles y alas para predecir las cargas aerodinámicas sobre el avión (unido a la importancia, primero militar y finalmente económica, de la Aviación) permitió la creación, con fondos estatales, en Universidades y Centros de Investigación, de laboratorios dedicados al análisis de los movimientos fluidos de interés aeronáutico. Por ello, el desarrollo en el siglo actual de esta disciplina ha estado íntimamente ligado a la Ingeniería Aeronáutica.

La velocidad de vuelo de aviones y misiles, ha ido creciendo hasta cubrir un rango amplio que va desde el vuelo subsónico bajo, típico del aterrizaje, hasta el vuelo hipersónico. Los desarrollos de la Aeronáutica hicieron posible la exploración espacial, y para ello las aeronaves y vehículos espaciales han de moverse en un rango de alturas y por ello de densidades, que implica regímenes de movimiento desde el continuo, a bajas alturas, cuando el número de Knudsen es pequeño frente a la unidad, hasta el régimen molecular libre, que encontramos a grandes alturas donde el número de Knudsen es grande. (El número de Knudsen es la relación entre el camino libre  $\lambda$  medio entre colisiones de una molécula y la longitud característica  $L$  del movimiento fluido. El valor de  $\lambda$  es del orden de  $10^{-7}$  m. en el aire al nivel del mar pero crece en un factor  $10^3$  por cada 50 Km. de altura).

En el régimen continuo las colisiones entre las moléculas son tan frecuentes que dominan el estado local del fluido, llevándolo a un estado muy próximo al de equilibrio termodinámico local. Las pequeñas variaciones espaciales de las magnitudes medias fluidas, observadas por una molécula en su recorrido entre colisiones, son responsables de los efectos de no equilibrio termodinámico global; estos aparecen representados por flujos de calor y esfuerzos viscosos.

En este régimen continuo el movimiento está bien definido por el campo de velocidades, presiones y temperaturas y puede describirse con la ayuda de las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas ecuaciones reflejan los principios de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, y han de ser complementadas con las relaciones constitutivas de Navier-Poisson y Fourier y las ecuaciones de estado de la Termodinámica; ver Batchelor (1967). Estas ecuaciones son de tipo parabólico y cualquier discontinuidad inicial, no asociada a cambios de fase, se suaviza instantáneamente, como consecuencia de los efectos uniformizadores de la conducción de calor y de la viscosidad.

Por ello es común, entre los que nos ocupamos de la Mecánica de Fluidos, aceptar la premisa de que las ecuaciones de Navier-Stokes tienen solución única, para  $t > 0$ , en el espacio de las funciones continuas con derivadas continuas de todos los órdenes, cuando se exige continuidad de la velocidad y temperatura con las del medio que limita al fluido y se especifican los valores iniciales de las magnitudes fluidas (velocidad, densidad y temperatura) así como sus valores en el infinito. El lector puede encontrar una exposición de las ecuaciones de Navier-Stokes desde el punto de vista matemático en Teman (1977).

La necesidad de analizar los procesos de combustión, tan importantes en la Ingeniería Aeroespacial, ha obligado a la Mecánica de Fluidos a ampliar su objeto de estudio, para tener en cuenta los cambios de composición del fluido, debidos a las colisiones inelásticas entre moléculas, responsables de las reacciones químicas. Las variaciones de composición, resultantes de estas reacciones, obligan a ampliar las ecuaciones de Navier-Stokes con las ecuaciones de los balances de masa para cada especie, teniendo en cuenta los flujos por difusión debidos a las variaciones espaciales de las especies. Por ser muy poco frecuentes las colisiones inelásticas frente a las elásticas, pueden describirse los procesos de combustión dentro del marco de la Mecánica de Fluidos, manteniendo la hipótesis de equilibrio termodinámico local y las ecuaciones de estado correspondientes como si se tratase de mezclas no reactantes; basta incluir en las ecuaciones del balance de masa de cada especie la masa de la misma generada por reacción química.

Teodoro von Karman, con la colaboración de Gregorio Millán, dio en 1951 un curso de Combustión en la Sorbona, mostrando cómo debían incluirse los procesos

de combustión en la Mecánica de Fluidos; la disciplina ampliada fue bautizada con el nombre de Aerotermodinámica. Gregorio Millán fue encargado por la Oficina de Investigación Científica de las Fuerzas Aéreas Americanas (AFOSR) de ampliar y completar las notas del curso. Esta tarea, llevada a cabo en un período de fuerte expansión en la investigación en Combustión, no terminó hasta 1958 cuando fue publicada, como Informe AFOSR, la primera monografía en la que la Combustión aparece enmarcada de un modo coherente en la Mecánica de Fluidos. La Aerotermodinámica tuvo una gran difusión e impacto en las Universidades y Laboratorios de Combustión; hasta 1965, año en que se publicó la primera edición del libro de Williams, constituyó la exposición más general de la Dinámica de Fluidos Reactantes. En el mismo período Millán hizo contribuciones importantes a la Combustión; al recabar para esta tarea la ayuda de un grupo de colaboradores (Sánchez Tarifa e I. Da Riva, entre otros), inició así la Escuela Española de Combustión.

Conviene observar que en el análisis de los procesos de combustión que ocupan al Ingeniero Aeronáutico, intervienen los procesos de atomización y vaporización de líquidos combustibles, así como los procesos de gasificación de los combustibles sólidos en los motores cohete. Es fácilmente comprensible el grado de complejidad de una descripción correcta de estos flujos, que a veces debe incluir además los efectos de la radiación. Para una exposición moderna de la Teoría de la combustión ver el Discurso de Ingreso en la Real Academia de Ciencias de Millán (1975) y los libros de Zeldovich et. al. (1984) y Williams (1985).

Las reacciones químicas se dan también en los flujos aerodinámicos externos al aumentar la velocidad de vuelo hasta velocidades hipersónicas; ver Zeldovich y Raizer (1967). Las temperaturas alcanzadas detrás de la capa de choque de proa son tan altas que se produce la disociación, primero del  $O_2$  y después del  $N_2$ ; las concentraciones de O, NO y N crecen con la velocidad de vuelo (y con la altura de vuelo, pues las reacciones de recombinación se hacen más lentas). Para velocidades de vuelo típicas de la re-entrada se produce una ionización apreciable, que afecta a las comunicaciones de la aeronave con el suelo y que permite la detección de las mismas.

Los gases a altas temperaturas terminan estando ionizados primero parcial y después totalmente. La presencia de cargas eléctricas libres, consecuencia de la ionización de una fracción suficiente (superior a  $10^{-4}$ ) de los átomos y moléculas, hace susceptible el movimiento de los gases ionizados, o plasmas, a los campos eléctricos y magnéticos.

La Mecánica de Fluidos ampliada con las ecuaciones de Maxwell para recoger estos efectos se convierte en la Magnetofluidodinámica, cuando la gran frecuencia de las colisiones hace posible el tratamiento continuo; en otro caso los flujos de gases ionizados han de tratarse en el marco más amplio de la Física de Plasmas. La

preocupación de los ingenieros aeronáuticos por la Dinámica de Fluidos conductores es a veces directa, dada su posible aplicación a la propulsión iónica para vuelos interplanetarios, o al diseño de sistemas de generación de flujos a altas velocidades, mediante descargas con arco. Otras veces el Ingeniero Aeronáutico aprovecha sus conocimientos de Mecánica de Fluidos para abordar problemas, como el de la generación magnetofluidodinámica de energía eléctrica, o los problemas fluidodinámicos asociados a la fusión por confinamiento inercial y magnético. (Al tratamiento de estos problemas ha dedicado su atención, con gran eficacia, el equipo que dirige en nuestra Escuela de Ingenieros Aeronáuticos, el Profesor Sanmartín).

A grandes alturas de vuelo el camino libre medio entre colisiones se hace primero comparable y luego grande frente al tamaño de la aeronave.. La descripción continua del flujo deja de ser posible y ha de utilizarse la descripción más detallada, basada en la ecuación de Boltzmann para la función de distribución de velocidades moleculares. El análisis se simplifica cuando el número de Knudsen  $\lambda/L$  se hace muy grande, pues entonces sólo cuentan las colisiones de las moléculas del aire con el obstáculo. El principal problema que se plantea en este caso es el de la descripción correcta de estas colisiones.

La Mecánica de Fluidos está presente de muchos modos en la Astronáutica. En primer lugar es necesaria para el diseño de los sistemas de propulsión y control de actitud de los satélites y de manejo de combustible; pero también es una ciencia que aprovecha las condiciones de ingravidez para la realización de experimentos no contaminados por las corrientes de convección natural, inevitables en las instalaciones del suelo. Los experimentos sobre el comportamiento de zonas líquidas flotantes en gravedad nula, preparados por Ignacio Da Riva y colaboradores, van dirigidos a entender mejor las dificultades y posibilidades del crecimiento de cristales en el espacio. Los análisis teóricos y experimentales en tierra que el equipo ha llevado a cabo para la preparación de los experimentos en el espacio, han tenido acogida en las revistas internacionales más prestigiosas.

Es interesante resaltar el carácter complejo de algunos flujos de interés astronáutico con los que debe enfrentarse el Ingeniero Aeronáutico. Así en el análisis del sistema de propulsión para el control de actitud de satélites, la tobera propulsiva ha de diseñarse de tal modo que el chorro supersónico emergente, que está subexpansionado en la tobera, no incida sobre las superficies del satélite. El régimen fluido que corresponde al flujo en la tobera y el núcleo del chorro es el continuo, por ser allí la densidad suficientemente alta. Sin embargo, en los bordes del chorro, que predice el análisis continuo de la expansión al vacío, el número de Knudsen crece rápidamente y el flujo termina en el régimen molecular libre; los límites del chorro no responden por lo tanto a la teoría del continuo, sino que se amplían como resultado del enrarecimiento.

Esto da lugar a una contaminación de las células solares y sensores del satélite que determina en muchos casos el tiempo de vida del satélite.

## TECNICAS ASINTOTICAS EN MECANICA DE FLUIDOS

Los avances de la descripción cualitativa y cuantitativa de los movimientos fluidos han hecho de la Mecánica de Fluidos una herramienta esencial para el diseño de vehículos aeroespaciales. Antes de la llegada de los ordenadores, la descripción de los flujos había de conseguirse mediante técnicas analíticas y experimentales. Aunque las leyes que rigen el movimiento de los fluidos no reactantes tienen más de 150 años de antigüedad, la descripción analítica de los flujos de interés no fue posible en el siglo pasado, quedando limitada a los casos especiales (fundamentalmente movimientos de tipo acústico y ondulatorio) en que las fuerzas de viscosidad eran despreciables. Ver, por ejemplo, las obras de Rayleigh (1945) y Lamb (1945).

El número de problemas prácticos susceptibles de descripción cualitativa y cuantitativa se amplió enormemente con la introducción, a partir del año 1904 en que nació la teoría de la capa límite, de las técnicas asintóticas en la Mecánica de Fluidos, a cargo de Prandtl y sus discípulos. La percepción de la estructura asintótica de los flujos sirvió para orientar la experimentación y facilitar la correlación de sus resultados.

La necesidad de acercarse al límite ideal, que ofrece la paradoja de D'Alembert de resistencia aerodinámica nula para el movimiento estacionario de cuerpos en fluidos no viscosos, forzó al Ingeniero Aeronáutico a elegir para sus aeronaves perfiles delgados, alas de gran envergadura y fuselajes esbeltos. El flujo asociado a estos cuerpos "aerodinámicos" hizo factible una descripción asintótica, con resultados tan útiles que convirtieron a la Aerodinámica en disciplina reina de la Ingeniería Aeronáutica. Ver Millán (1975) y (1978).

Una exposición excelente de las posibilidades de descripción analítica de la gran variedad de movimientos fluidos, aerodinámicos y no aerodinámicos, puede encontrarla el lector en el extraordinario libro de Landau y Lifchitz, traducido al inglés en 1959. Sin embargo, en los últimos 30 años, la racionalización y generalización de las técnicas analíticas de tipo asintótico y los avances espectaculares en las técnicas experimentales han producido una explosión en el número y variedad de flujos complejos de interés práctico susceptibles de descripción cuantitativa. Esto no hubiese sido posible sin las enormes posibilidades de cálculo, y también de organización de los experimentos y tratamiento de los datos experimentales, que han aportado los espectaculares avances de los ordenadores en este período. Esta explosión se refleja en el crecimiento exponencial de las publicaciones en Mecánica de Fluidos. Basta señalar que las revistas básicas

de esta disciplina: *Journal of Fluid Mechanics* y *Physics of Fluids*, aparecidas en 1956 y 1958, cuentan ya con más de 200 volúmenes, la primera, y los 30 volúmenes de la segunda tienen ya cerca de 4000 páginas cada uno. Pero muchas otras revistas se ocupan de modo más especializado, o más aplicado, a distintos aspectos de la Mecánica de Fluidos. El lector puede hacerse una idea de la variedad de aplicaciones, volumen de actividad y avances en esta disciplina examinando las reseñas monográficas de los *Progress in Aerospace Science*, *Advances in Applied Mechanics* y en los *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, que nacieron también en los últimos treinta años.

La complejidad de los movimientos fluidos es traducción del gran número de parámetros adimensionales que los caracterizan; como queda claro al escribir en forma adimensional las ecuaciones y condiciones de contorno e iniciales que determinan estos movimientos.

Estos parámetros adimensionales miden la importancia relativa de los distintos términos, o efectos físicos, en las ecuaciones y frecuentemente toman valores grandes o pequeños frente a la unidad. De ahí la conveniencia del análisis asintótico que permita simplificar la descripción del flujo.

Si bien el movimiento de los fluidos debía describirse en el marco más amplio de la Dinámica Molecular o de la Teoría Cinética, véase, por ejemplo, Vincenti y Kruger (1965), Sherman (1969) y Kogan (1973), cuando el camino libre medio entre colisiones  $\lambda$  es grande frente al tamaño de la molécula es posible analizar el flujo con la Ecuación de Boltzmann; ver, por ejemplo, Bird (1976) y Muntz (1989). Cuando  $\lambda$  se hace pequeño frente a la longitud macroscópica  $L$  del flujo, éste puede describirse con ayuda de las ecuaciones de Navier-Stokes del régimen continuo.

Sin hacer una relación completa de los parámetros que determinan los movimientos fluidos en el régimen continuo, citaremos aquí por su importancia los números de Strouhal, Reynolds, Mach, Froude y Prandtl.

El número de Strouhal,  $S_t = L/U t_0$ , es la relación entre el tiempo de residencia (invertido por una partícula en recorrer con la velocidad  $U$ , característica del flujo, la longitud  $L$ ) y el tiempo característico,  $t_0$ , de variación de las condiciones de contorno. En los movimientos oscilatorios de alta frecuencia de tipo acústico,  $S_t \gg 1$ , el movimiento resulta isentrópico y con un balance entre la fuerza de inercia debida a la aceleración local y las fuerzas de presión. Los efectos viscosos quedan confinados a la capa de Stokes, muy delgada frente a la longitud macroscópica  $L$ , de espesor  $\sqrt{\nu t_0}$  (donde  $\nu$  es el coeficiente de viscosidad cinemática). El caso límite opuesto  $S_t \ll 1$ , es el típico del movimiento alrededor de aviones, el cual puede tratarse como casi-estacionario, si se utilizan ejes ligados al avión. Las fuerzas aerodinámicas son, en con-

secuencia, dependientes sólo de los valores instantáneos de la velocidad y ángulos de ataque y guiñada del avión, y no de la historia de este movimiento.

El número de Mach es la relación,  $U/a$ , entre la velocidad característica del flujo y la velocidad  $a$  del sonido; su cuadrado es la relación entre las energías cinética y térmica; de modo análogo el número de Froude,  $F_r = U^2/gL$  es la relación entre la energía cinética y la gravitatoria. En el movimiento del aire alrededor de aviones y automóviles el número de Froude es  $F_r \gg 1$  y las fuerzas gravitatorias son despreciables, lo que no es el caso de la Hidrodinámica de Buques en la que  $F_r$  es precisamente del orden de la unidad. En los movimientos no acústicos a bajos números de Mach los efectos de compresibilidad son despreciables cuando no intervienen los efectos de la conducción de calor. La relación entre las difusividades viscosa y térmica recibe el nombre de Prandtl,  $P_r = \nu / \alpha$ ; en los gases es del orden de la unidad y por ello los efectos viscosos y de la conducción de calor suelen presentarse simultáneamente.

El número de Reynolds,  $Re = UL/\nu$ , mide la relación entre las fuerzas de inercia convectivas y las viscosas. Su importancia en la caracterización de los flujos como laminares o turbulentos fue demostrada por Osborne Reynolds hace poco más de 100 años, y por ello el número recibe su nombre. A Reynolds se debe otra aportación fundamental de la Mecánica de Fluidos a la Ingeniería, la fundamentación de la Teoría de la Lubricación Hidrodinámica, hecha prácticamente al mismo tiempo que su contribución al análisis de los flujos turbulentos. Reynolds escribió la ecuación que determina la distribución de presiones en capas lubricantes de espesor  $h$  pequeño frente a su otra dimensión  $L$ , para valores del número de Reynolds efectivo  $(Uh/\nu)(h/L) \ll 1$ ; estas desigualdades deben darse para que la lubricación fluidodinámica sea efectiva y evitar que el flujo sea turbulento. En la lubricación el movimiento está dominado, como es el caso de los movimientos alrededor de partículas de dimensiones pequeñas, tales que  $Re = UL/\nu \ll 1$ , por el balance entre las fuerzas de presión y viscosas. Las ecuaciones del movimiento se reducen en el límite  $Re \rightarrow 0$  a las ecuaciones de Stokes.

El caso opuesto,  $Re \gg 1$ , es el caso de la mayor parte de los flujos de interés en la Ingeniería Aeronáutica. El flujo adquiere para  $Re \rightarrow \infty$  una estructura asintótica muy rica de la que nos ocuparemos a continuación.

### **Flujos a altos números de Reynolds**

Tanto en los movimientos de tipo acústico, para los que  $L^2/\nu t_0 \gg 1$ , como en los movimientos con  $UL/\nu \gg 1$  los efectos viscosos, y también los de la conducción de calor si el número de Prandtl es del orden de la unidad, están confinados a capas muy delgadas en el seno del fluido.

La formulación, como sistema de ecuaciones diferentes no lineales, del movimiento de fluidos no viscosos se debe a Euler, y a él se debe también la forma actual de la ecuación de Bernoulli. En el mismo año (1752) D'Alembert descubrió la famosa paradoja, asociada fundamentalmente a la invariancia de las ecuaciones de Euler ante las transformaciones que cambian el signo de la velocidad  $\vec{v}$  sin cambiar el de la presión  $p$  y la densidad  $\rho$ .

A Lagrange se debe la primera demostración de la conservación de irrotacionalidad, o vorticidad  $\vec{\omega} = \nabla \wedge \vec{v}$  nula, en los movimientos de líquidos no viscosos ideales, que más tarde Kelvin extendería al caso de movimientos de fluidos ideales de tipo barotrópico, o en particular homentrópico. Dado que en los movimientos a grandes números de Reynolds las partículas conservan su entropía, y ésta es frecuentemente uniforme al igual que la velocidad en el estado inicial, el fluido no adquiere vorticidad ( $\vec{\omega} = \nabla \wedge \vec{v}$ ) en el movimiento y éste resulta irrotacional, o potencial. El potencial de velocidades verifica una ecuación, consecuencia del principio de conservación de la masa, que se reduce a la ecuación de Laplace para el movimiento de fluidos incompresibles y a la de las ondas en el límite acústico.

La desaparición de las derivadas segundas espaciales (correspondientes a los términos viscosos y de conducción de calor) de las ecuaciones de Navier-Stokes, cuando éstas se reducen en el límite  $Re \rightarrow \infty$  a las ecuaciones de Euler, obliga a renunciar a la condición de continuidad de la velocidad y temperatura del fluido con la del medio sólido o fluido que lo limita. No existe ahora ningún mecanismo que impida el deslizamiento tangencial, o que fuerce al fluido a adoptar la temperatura del contorno. Así pues la condición natural de contorno que debe cumplir el flujo en las superficies sólidas, por ejemplo, que lo limitan es que éstas sean superficies fluidas, o superficies de corriente si el movimiento es estacionario.

Por otra parte en las ecuaciones de Euler han desaparecido los mecanismos que impedían la existencia de discontinuidades de las magnitudes fluidas y sus derivadas en el seno del fluido, y éstas han de ser aceptadas si se pretende describir bien los flujos reales.

Así en los movimientos a altos números de Reynolds aparecen: *Ondas de Mach* (que se mueven respecto al fluido con la velocidad del sonido, y que pueden ser asiento de discontinuidades no de las magnitudes fluidas pero sí de sus derivadas), *ondas de choque* (que se mueven respecto al fluido a velocidad supersónica, incrementando bruscamente la presión, densidad y temperatura) y *superficies de discontinuidad tangencial o de contacto* (que no se desplazan respecto al fluido, por lo que se trata de superficies fluidas). Cuando a través de estas capas hay discontinuidad de la velocidad se trata de capas de torbellinos donde la vorticidad está concentrada, tomando valores infinitos en el límite de Euler,  $Re \rightarrow \infty$ .



Helmholtz en 1868 y Kirchhoff en 1869 introdujeron discontinuidades tangenciales o capas de torbellinos en la descripción de chorros y en el análisis de la estela detrás de cuerpos. Kirchhoff buscaba obtener un valor no nulo de la resistencia del cuerpo al movimiento incorporando una estela no finita limitada por superficies libres o capas de torbellinos en la descripción del flujo.

La aceptación de discontinuidades tangenciales traía consigo el problema de la no unicidad de la solución de las ecuaciones de Euler. (Esta no unicidad se da también en el caso de los movimientos bidimensionales sin discontinuidades, en los que la circulación queda indeterminada).

Kutta y Jukowski, en 1910, introdujeron, para perfiles y alas con borde de salida afilado, la condición de que la velocidad fuese finita en el borde de salida, lo que determina de modo único la posición de la capa de torbellinos que arranca de allí.

La clarificación de la estructura asintótica de los flujos a altos números de Reynolds no fue posible antes de la introducción por Prandtl de la Teoría de la Capa Límite en 1904. Prandtl observó que si bien los efectos viscosos y de la conducción de calor podían despreciarse en la mayor parte del campo fluido, éstos jugaban un papel esencial en la capa límite adyacente a las superficies sólidas que limitan el fluido, debido a los fuertes gradientes de velocidad que se dan en la dirección transversal a la capa.

Prandtl escribió la forma simplificada de las ecuaciones del movimiento del fluido en la capa límite; añadiendo como condiciones de contorno, primero la de continuidad de la velocidad y temperatura con la superficie sólida y, segunda, la condición de que al alejarse de la superficie sólida (hasta distancias grandes frente al espesor característico,  $L/\sqrt{Re}$ , de la capa límite) la temperatura y las componentes de velocidad en la dirección de la superficie tomasen los valores que da la solución de las ecuaciones de Euler para la temperatura y velocidad de deslizamiento en la superficie sólida. La presión en la capa límite es la presión de Euler en la superficie.

Las velocidades transversales a la capa límite que resultan de la Teoría de Prandtl son pequeñas, del orden  $U/\sqrt{Re}$ , frente a la velocidad exterior. Por ello en primera aproximación no se tiene en cuenta el efecto de desplazamiento que en el flujo exterior introduce la deceleración viscosa en la capa límite. Prandtl señaló que este desplazamiento se traduciría en una corrección relativa pequeña del campo fluido exterior (del orden de  $U/\sqrt{Re}$  en las velocidades).

También mostró que, en movimientos estacionarios, la capa límite podía desprenderse en zonas donde el gradiente de presión es adverso, esto es en las zonas de presión creciente en la dirección del movimiento. Cuando la capa límite se desprende

se prolonga en el seno del fluido en forma de una capa de torbellinos, también susceptible de tratamiento con la teoría de la capa límite.

Con la introducción de la teoría de la capa límite Prandtl aportó también el modelo a seguir para la descripción de la solución de problemas de perturbaciones singulares asociados a la existencia de escalas muy dispares. Estos métodos asintóticos basados en desarrollos asintóticos acoplados, junto con los métodos de escalas múltiples para el análisis de procesos oscilatorios, pasaron a ser, a partir de 1955, como consecuencia de las aportaciones y esfuerzo sistematizador de Kaplun y Lagerstrom, Cole y Kevorkian y Van Dyke, una herramienta imprescindible para el análisis de los flujos con escalas múltiples. Véanse las referencias que se citan de estos autores.

#### **Estructura de triple capa del desprendimiento de la capa límite**

En los flujos en torno a perfiles o alas con borde de salida afilados, o en el flujo en torno a superficies sólidas con esquinas, era de esperar que el desprendimiento de la capa límite y, por lo tanto, el punto de arranque de las capas de torbellinos estuviese en el borde de salida o en la esquina (condición de Kutta). Esta condición bastaría para determinar la corriente exterior con ayuda de las ecuaciones de Euler. Así se determinarían la distribución de presiones y temperaturas y la velocidad de deslaminamiento sobre el cuerpo, las cuales aparecen en la condición de acoplamiento exterior en el análisis del flujo en la capa límite; este análisis se haría, posteriormente al de Euler, para evaluar la resistencia de fricción y la transferencia de calor al sólido.

Al hacer esta descripción con el campo de presiones y velocidades exteriores antes obtenido, la solución de la capa límite presenta una singularidad (analizada independientemente por Goldstein y Landau) en el punto donde el esfuerzo viscoso en la pared se anula. Es en este punto donde se produciría el desprendimiento en los movimientos estacionarios bidimensionales. Esta singularidad (con una velocidad transversal que tiende a infinito) se produce en el extradós de los perfiles, antes del borde de salida; por ello habría que admitir una estela limitada por dos capas de torbellinos, y al menos una de ellas no arrancaría del borde de salida. Es entonces necesario volver a calcular el flujo exterior no viscoso, incluyendo capas de torbellinos con origen en los puntos de desprendimiento anteriores y proseguir el cálculo con un método iterativo; ver Lock y Williams (1987).

En 1969, al analizar el flujo en las proximidades del borde de salida de una placa plana, Stewartson y Messiter descubrieron, independientemente, que la velocidad de desplazamiento (negativa en este caso), calculada aguas abajo del borde de salida por Goldstein con la Teoría de la Capa Límite, tendía a infinito en el borde de salida.

El efecto de desplazamiento, traducido en una depresión local, es tan fuerte que afecta radicalmente a la dinámica del fluido en la capa límite. Dicho de otro modo, las partículas fluidas que se mueven próximas a la placa plana toman un movimiento fuertemente acelerado cuando dejan el borde de salida; el fluido de la corriente exterior debe desplazarse hacia esa región, para lo que es necesaria la depresión.

La estructura resultante del flujo en la zona de desprendimiento, donde son importantes los efectos de la depresión, es una estructura de *triple capa* (ver Fig. 1). El fluido responde de un modo no viscoso tanto en la capa superior, fuera de la capa límite original donde el movimiento es irrotacional, como en la capa intermedia, que corresponde a la mayor parte de la capa límite, donde el movimiento es rotacional. Los efectos viscosos cuentan al igual que los efectos de la depresión en la subcapa viscosa inferior. La extensión longitudinal de estas capas es del orden de  $LR_e^{-3/8}$ , igual al espesor de la capa superior; la capa intermedia tiene el mismo espesor de la capa límite original,  $LR_e^{-1/2}$ , mientras que el espesor de la subcapa inferior viscosa es del orden  $LR_e^{-5/8}$ . Ni la presión ni el ángulo de las líneas de corriente respecto a la placa sufren variaciones apreciables a través de la capa intermedia. Del análisis de la capa superior se obtiene una relación, entre la depresión y el ángulo de deflexión, que es de tipo local en flujos supersónicos y no local o integral, en flujos subsónicos. La segunda relación entre la depresión y el ángulo de deflexión proviene del análisis de la subcapa límite viscosa inferior. La resolución simultánea de los problemas asociados a las subcapas superior e inferior ha de hacerse numéricamente.

En los años 70 se descubrió que la estructura de triple capa, con una interacción local fuerte entre la capa límite y la corriente exterior, aparece frecuentemente en Mecánica de Fluidos, ver Stewartson (1981) y Smith (1982) y (1986).

El análisis de la zona de desprendimiento de la placa plana fue generalizado para describir, en primer lugar, el desprendimiento incipiente en las proximidades del borde de salida de perfiles con ángulos de borde pequeños. Pero también el flujo en la zona inicial de la capa de mezcla entre dos corrientes paralelas responde a la estructura de triple capa, en la vecindad del borde de salida de la placa que las separaba; lo que ocurre en esta zona puede afectar de un modo importante al proceso de mezcla posterior. La estructura de la zona inicial de mezcla de un chorro de combustible con el aire ambiente, en movimiento o en reposo, es del mismo tipo, y ha de analizarse para entender el mecanismo de anclaje de las llamas de difusión o el efecto del sonido sobre el proceso de mezcla.

A Daniels (1978) se debe un análisis de la zona de desprendimiento, en el borde de salida de una placa plana, cuando a las corrientes externas se superpone un campo acústico oscilatorio. Los efectos no estacionarios se dejan sentir en la región de desprendimiento cuando el período de oscilación se hace comparable al de residencia,

$Re^{-1/4}L/U$ , en la subcapa viscosa. La condición de Kutta puede dejar de cumplirse en ese caso y la oscilación acústica afectará notablemente al proceso de mezcla entre las dos corrientes.

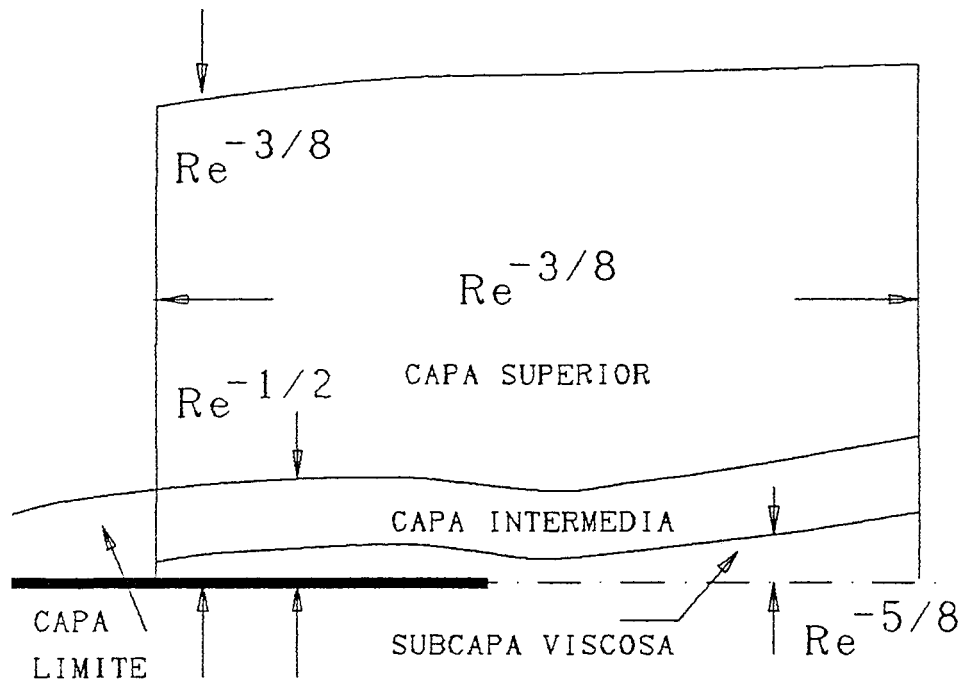


Fig. 1.- Estructura de triple capa en el borde de salida de una placa. Se dan los espesores de las 3 capas con la longitud de la placa como unidad.

La estructura de tripe capa aparece también en la región próxima al punto de desprendimiento cuando éste es masivo, tal como fue anticipado por Sychev 1972 y clarificado posteriormente por Smith. En este caso la estructura resulta ser universal, si bien distinta para los flujos subsónicos y supersónicos. La presión tiene un mínimo antes de la región de interacción y crece allí para alcanzar finalmente un valor constante en la zona desprendida.

La estructura del flujo laminar, estacionario, alrededor de cuerpos romos aparece esquematizada en la Figura 2. La corriente exterior es, en primera aproximación, la propuesta por Kirchhoff, con una estela de fluido en reposo, a la presión ambiente  $P_\infty$ , que llega al infinito. El origen,  $S_d$ , de las capas de torbellinos que limitan la estela está desplazado aguas abajo del origen ideal de Kirchhoff,  $S_o$ , de manera que la distribución de presiones dada por la corriente exterior tenga una singularidad en  $S_d$  que permita el acoplamiento con la zona universal de triple capa; el valor resultante de

$(S_d - S_o)/L$  es "pequeño", del orden de  $Re^{-1/6}$ . Sin embargo, debido a las inestabilidades de las capas de torbellinos desprendidas, el movimiento en la estela es no estacionario; por ello, la corriente exterior no responde al modelo de Kirchhoff, pero no parece haber dudas respecto de la validez de la estructura de triple capa para la zona de desprendimiento. El conocimiento de esta estructura, que se da también en flujos turbulentos, ha iluminado los métodos numéricos de interacción capa viscosa-corriente exterior para el cálculo de flujos con capa límite desprendida. Véase Lock y Williams (1987).

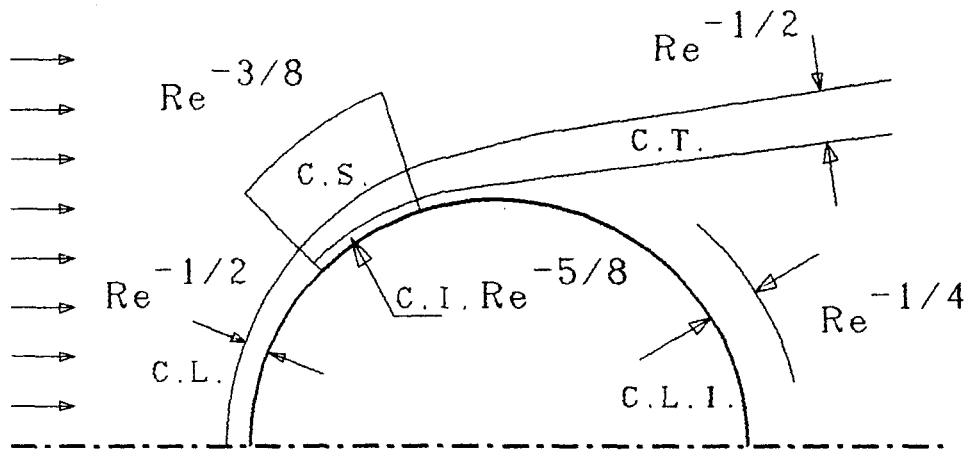


Fig. 2.- En la figura aparece esquematizada la estructura asintótica del flujo laminar estacionario a altos números de Reynolds. Se muestran los espesores, medidos con la dimensión característica del cuerpo como unidad, correspondientes a:

C.L.- Capa límite directa.

C.L.I. Capa límite de flujo inverso en la estela.

C.T. Capa de torbellinos que arranca de la zona de desprendimiento (con estructura de triple capa).

La estructura de triple capa se da también en la zona de interacción de ondas de choque con capas límites. Esta estructura, anticipada por Lighthill (1953) para ondas de choque muy débiles, fue descrita por primera vez por Neiland (1969) y el Ingeniero Aeronáutico español alejandro Feo (1971) en su Tesis Doctoral, hecha bajo la dirección de Arthur Messiter en la Universidad de Michigan. Conviene tener en cuenta que las ondas de choque, que aparecen en el extradós de perfiles en movimiento transónico, pueden producir el desprendimiento de la capa límite, y con ello cambios, quizá oscilatorios, en la posición de la onda.

## ESTABILIDAD DEL MOVIMIENTO Y TURBULENCIA

Los estudios de estabilidad de los movimientos fluidos fueron iniciados en 1871 por Kelvin, quien demostró que las capas de torbellinos de Helmholtz, representadas por superficies de discontinuidad planas, son inestables ante perturbaciones transversales de la capa, independientemente de la longitud de onda. Rayleigh en 1980 hizo un análisis no viscoso de la estabilidad de las corrientes paralelas con cortadura, demostrando que los perfiles de velocidad que presentan un punto de inflexión son inestables ante pequeñas perturbaciones, en tanto que los perfiles de velocidad convexos serían estables. Se debe a Orr y Sommerfeld la formulación, reteniendo los efectos viscosos, del problema de la estabilidad de las corrientes paralelas con cortadura. (Una exposición moderna de la teoría de estabilidad hidrodinámica puede encontrarse en Drazin y Reid (1981)).

La solución del problema de Orr-Sommerfeld sólo pudo hacerse de un modo aproximado, con ayuda de técnicas asintóticas para grandes números de Reynolds, antes de que los ordenadores alcanzaran la potencia suficiente para hacer posible la obtención de la solución numérica para valores finitos del número de Reynolds. Sólo entonces pudo calcularse con precisión el número de Reynolds crítico de pérdida de estabilidad del flujo estacionario.

Los flujos casi-paralelos con perfiles de velocidades con un punto de inflexión, inestables de acuerdo con el análisis no viscoso de Rayleigh, tienen números de Reynolds críticos muy inferiores a los correspondientes a perfiles de tipo convexo. Por ello las capas de mezcla y las capas límites con gradiente de presión adverso pueden fácilmente pasar a turbulentas. La capa límite laminar en el borde de ataque de alas en flecha puede perder estabilidad como consecuencia de que el flujo debido a la flecha, transversal a la corriente exterior, es muy inestable por tener un punto de inflexión, al ser la velocidad transversal nula en la corriente exterior.

En los flujos de capa límite, superado el límite de estabilidad, encontramos ondas Tollmien-Schlichting bidimensionales cuya amplitud crece exponencialmente. El ritmo de crecimiento es sin embargo muy lento, hasta que cuando alcanzan una amplitud límite pierden rápidamente estabilidad, de un modo esencialmente no viscoso, ante perturbaciones tridimensionales en la dirección de la envergadura. El flujo adquiere así vorticidad en la dirección de la corriente, en forma de torbellinos contrarrotatorios, que a su vez se desestabilizan para dar lugar a la turbulencia.

## Estructuras coherentes en la turbulencia

Los efectos viscosos intervienen en las inestabilidades de las capas de torbellinos al darles un espesor finito. Estas capas son siempre inestables ante perturbaciones de longitud de onda grande, como consecuencia del mecanismo de inestabilidad de Helmholtz-Kelvin; pero el ritmo de crecimiento de las perturbaciones es máximo, según la teoría de Rayleigh, cuando tienen longitud de onda comparable al espesor de la capa.

Cuando la capa de torbellinos es también capa de mezcla de dos corrientes paralelas, separadas aguas arriba por una placa, las inestabilidades iniciales son de tipo bidimensional con longitud de onda comparable al espesor de la capa de vorticidad; estas ondas crecen en amplitud de un modo esencialmente no viscoso, concentrándose la vorticidad en torbellinos que tienen la dirección de la envergadura. La teoría de estabilidad lineal no viscosa de Rayleigh, puede utilizarse para describir las primeras etapas de la evolución de las ondas; pero la concentración de la vorticidad en torbellinos responde a efectos no lineales que cambian la forma de evolución de la capa de mezcla, y ésta ha de describirse numéricamente.

La simulación numérica de este proceso ha recibido mucha atención recientemente. En particular ha sido hecha en nuestra Escuela de Ingenieros Aeronáuticos por Martel y Jiménez, utilizando técnicas espectrales en la dirección del movimiento y un esquema modificado de diferencias finitas para la dirección transversal. La simulación muestra cómo se concentra la vorticidad en torbellinos y cómo crecen éstos posteriormente por apareamiento, con lo que crece así el espesor de la capa de mezcla. La importancia que este mecanismo de mezcla tiene en la evolución de los chorros, limitados inicialmente por capas de este tipo, es evidente.

Conviene observar que la evolución bidimensional de la capa de mezcla toma pronto un carácter caótico, en el sentido del caos determinista de los sistemas dinámicos, caracterizado por una gran sensibilidad de los detalles del flujo ante pequeñas perturbaciones en las condiciones iniciales. Este carácter caótico, típico de los movimientos turbulentos, se acentúa cuando se incluyen perturbaciones en la dirección de la envergadura; estas perturbaciones producen ondulaciones de los torbellinos bidimensionales que citamos antes, generándose un sistema de torbellinos contrarrotatorios alineados con el flujo. Estos torbellinos en forma de estrías longitudinales juegan un papel muy importante en el proceso de mezcla.

La existencia de grandes torbellinos en las capas de mezcla turbulentas, en forma de estructuras coherentes, fue descubierta en 1971 en el Instituto Tecnológico de California por Brown y Roshko. Con el objeto de analizar el proceso de mezcla turbulento de chorros de Hidrógeno en aire, que se usarían en la combustión

supersónica, Brown y Roshko montaron una instalación en la que se generaban dos corrientes paralelas de Nitrógeno y Helio, inicialmente separadas por una placa. Los números de Reynolds, del orden de  $10^5$ , garantizaban bien el carácter turbulento del flujo. La fuerte diferencia de densidades permitía, utilizando técnicas de umbrioscopia o estrioscopia, visualizar el flujo sin necesidad de sembrarlo con partículas y tomar películas del mismo al ritmo de 8000 imágenes por segundo.

Los resultados fueron sorprendentes; mostraban grandes torbellinos con una estructura, coherente, casi determinista, que crecían por apareamiento, dando a la capa de mezcla una anchura que variaba linealmente con la distancia a la placa. El carácter caótico del flujo se debía fundamentalmente al carácter caótico de la fase de los torbellinos que pasaban por cada punto y del momento en que se produciría el apareamiento. Una sonda aspirante con entrada sónica, con un hilo caliente en su interior, desarrollada por el Ingeniero Aeronáutico español Manuel Rebollo en colaboración con Brown, permitía medir las fluctuaciones de concentración en la capa de mezcla con una resolución espacial de 0.1 mm y resolución temporal en el rango de los KHz. Las fuertes oscilaciones de la concentración local mostraban que sólo había mezcla macroscópica pero no microscópica, lo que explicaba la poca eficiencia del proceso de combustión supersónica del Hidrógeno en aire.

Después del descubrimiento de Brown y Roshko, se detectaron, o redescubrieron, estructuras coherentes en muchos flujos turbulentos. Por ejemplo son estructuras coherentes las manchas turbulentas de Emmons, consideradas antes como flujos de transición en la capa límite. La región de la pared de la capa límite turbulenta aparece dominada por erupciones de vorticidad muy localizadas espacial y temporalmente, que dan lugar a picos muy altos de los esfuerzos viscosos que, sin embargo, determinan los esfuerzos medios.

El descubrimiento de las estructuras coherentes en flujos turbulentos, que no observados con la adecuada resolución temporal aparecen como totalmente caóticos, ha venido a revolucionar nuestras ideas de la turbulencia. Ver por ejemplo, las reseñas monográficas de Cantwell (1981) Fiedler (1988) y Liu (1989), además del libro editado por J. Jiménez (1981) que recoge los trabajos sobre el tema presentados en un Congreso Internacional celebrado en Madrid.

A la caracterización teórica y experimental de estas estructuras coherentes han hecho contribuciones notables varios de nuestros Ingenieros Aeronáuticos: M. Rebollo, J. Jiménez Sendín, R. Martínez-Val, M. Hernán, Marta Cogollos, L. Bernal y J.C. Lasheras. Lasheras nos ha ayudado en el diseño y montaje en nuestra Escuela de una instalación para el análisis y posible control de estructuras coherentes en llamas de difusión. En este proyecto en que se utilizan técnicas de diagnósticos con láser muy variadas colaboran Lecuona, Rodríguez Aumente, Viedma y Cristina Cuerno.



También las estelas de cuerpos bidimensionales y tridimensionales presentan estructuras coherentes, incluso cuando la estela aparece como turbulenta. Este es el caso de la calle de torbellinos de Karman detrás de un cuerpo cilíndrico, o en la estela de placas. El análisis no viscoso de la estabilidad de esta calle de torbellinos, considerados como puntuales fue una de las primeras y grandes aportaciones de Von Karman a la Mecánica de Fluidos. Von Karman demostró que para cualquier valor de la relación entre la separación transversal y longitudinal entre los torbellinos diferente del valor crítico  $1/\pi$  la calle era inestable, y la estabilidad era marginal para el valor crítico que se observa experimentalmente.

Javier Jiménez (1987a) ha demostrado que la estabilidad marginal se da también para torbellinos no puntuales cuando se utiliza la teoría no viscosa para analizar la dinámica de torbellinos. Juan C. Lasheras ha llevado a cabo estudios experimentales de la estructura tridimensional de la calle de torbellinos de Karman y de la respuesta ante perturbaciones acústicas o geométricas de la misma.

Los estudios llevados a cabo por Lasheras de la estructura tridimensional de capas de mezcla van encaminadas también a la búsqueda de métodos de control del proceso de mezcla turbulenta, actuando sobre la evolución de sus estructuras coherentes.

### **Los atractores extraños y la turbulencia**

Las técnicas de la teoría de bifurcaciones han tenido en las dos últimas décadas un desarrollo excepcional. La teoría de la bifurcación busca describir los cambios cualitativos en la respuesta de sistemas (dinámicos o continuos) producidos al variar algún parámetro de control. Los cambios deben producirse cuando, al alcanzar el parámetro de control un valor crítico, la solución básica deja de ser estable ante perturbaciones infinitesimales. Aparece entonces una nueva solución bifurcada de la anterior, la cual ha dejado de ser estable para valores supercríticos del parámetro de control.

Cuando la solución básica es estacionaria, la solución bifurcada puede ser estacionaria o puede ser oscilatoria. El primer caso se da al perder estabilidad el flujo de Poiseuille bidimensional; la solución bifurcada muestra torbellinos en la dirección de la envergadura, que aparecen como estacionarios cuando el observador se mueve con la velocidad apropiada. El segundo caso se presenta en el flujo alrededor de un cilindro circular; este flujo es estacionario y estable hasta que, cuando el número de Reynolds basado en el diámetro supera un valor crítico en torno a 50, pierde estabilidad. Entonces

se da paso a un movimiento en que la estela adquiere un carácter oscilatorio, reflejado en la calle de torbellinos de Karman.

La bifurcación es subcrítica si la rama bifurcada existe para valores subcríticos del parámetro de control; en cuyo caso la nueva solución es también inestable, como ocurre para el flujo de Poiseuille. Cuando la bifurcación es supercrítica la nueva solución es estable al menos en un intervalo de valores supercríticos del parámetro de control; este es el caso del flujo alrededor del cilindro.

Landau propuso que a la turbulencia se llegaba después de una sucesión infinita de bifurcaciones supercríticas que aportaban al flujo modos cada vez más complejos de oscilación. Hoy se sabe que la respuesta de los sistemas dinámicos de más de dos grados de libertad puede ser caótica después de un número reducido de bifurcaciones, evolucionando el sistema hacia un atractor extraño, donde la respuesta del sistema se hace extraordinariamente sensible a perturbaciones en las condiciones iniciales. Hay diversas rutas posibles hacia el caos determinista, y casi todas ellas parecen estar presentes en los movimientos fluidos. Ver los artículos monográficos de Landford (1982), Miles (1984) y Guckenheimer (1986).

Un análisis numérico de la evolución hacia la turbulencia del movimiento bidimensional de Poiseuille en conductos ha sido hecho por J. Jiménez y aparecerá próximamente en el Journal of Fluid Mechanics. (El análisis de la estabilidad de este flujo bidimensional fue hecho por Heisenberg en su Tesis Doctoral).

El análisis de los flujos turbulentos fue iniciado por Reynolds, hace más de 100 años, mediante cuidadosas observaciones experimentales. Comprendiendo el carácter fluctuante, aparentemente aleatorio, del flujo, introdujo las medias locales estadísticas de las magnitudes fluidas y escribió las ecuaciones que ligan la evolución de los valores medios locales de la velocidad y presión. (Hoy llamadas Ecuaciones Promedio de Reynolds para el flujo turbulento y a veces Ecuaciones de Navier-Stokes Turbulentas).

En estas ecuaciones aparecen las medias de los productos de las fluctuaciones de la velocidad, como esfuerzos  $T_{ij} = \rho \overline{v_i v_j}$  aparentes (de Reynolds) que representan los intercambios de cantidad de movimiento debidos a la agitación turbulenta. Esto obliga a añadir a las ecuaciones de Reynolds relaciones de cierre, obtenidas empíricamente, que determinen estos esfuerzos en función de los gradientes de velocidad media. Otra alternativa es escribir las ecuaciones que dan la evolución de los esfuerzos de Reynolds y añadir relaciones de cierre, empíricas, para evaluar las correlaciones triples de las magnitudes fluctuantes que intervienen en ellas.

G.I. Taylor y T. von Karman hicieron aportaciones importantes al análisis de los flujos turbulentos, introduciendo el concepto y las técnicas estadísticas de análisis de la turbulencia homogénea e isotrópica, al que parece responder el flujo turbulento en las escalas pequeñas.

Kolmogorov, en 1941, examinó el proceso de generación de torbellinos de escala pequeña a partir de los torbellinos de escala grande; este proceso es no viscoso hasta que se alcanza la escala viscosa, de Kolmogorov. Si  $l$  es la escala de los torbellinos grandes y  $u$  es la escala de las fluctuaciones de la velocidad, podemos esperar que, por inestabilidades de estos torbellinos, se generen torbellinos de escalas más pequeñas en el tiempo característico  $l/u$  de giro de los torbellinos grandes. Estos torbellinos que tienen una energía específica  $u^2$ , la energía cinética de la turbulencia, la pierden en el tiempo  $l/u$  al ritmo  $\varepsilon = u^3/l$ ;  $\varepsilon$  es la llamada disipación de energía cinética de la turbulencia. Esta energía se va transfiriendo, sucesivamente, al mismo ritmo a escalas cada vez más pequeñas. De manera que los torbellinos de escala  $l'$  tienen velocidades de giro  $u'$ , tales que  $u'^3/l' = u^3/l = \varepsilon$ .

La generación, mediante la cascada de Kolmogorov, de escalas más pequeñas se detiene en la escala de Kolmogorov  $l_k$ , para la cual el número de Reynolds local es  $l_k u_k / \nu = 1$ , con lo que la relación entre las escalas más grandes y más pequeñas en la turbulencia viene dada por  $l/l_k = (u/u_k)^3 = Re^{3/4}$ , en función del número de Reynolds  $ul/\nu$  basado en las escalas grandes. Con el descubrimiento de las estructuras coherentes se observó claramente, por una parte, la razón de la intermitencia de los flujos turbulentos y, por otra parte, la existencia de una cascada inversa que produce torbellinos grandes por amalgamamientos de los anteriores.

Así pues en los flujos turbulentos, que encontramos a grandes números de Reynolds como consecuencia de las inestabilidades fluidodinámicas, intervienen todas las escalas de intervalo  $(l, l_k)$  con un número  $Re^{9/4}$  de torbellinos pequeños contenido en cada torbellino grande. De aquí viene la dificultad de la simulación numérica directa de los flujos turbulentos, que son tridimensionales y no estacionarios. Para describir un flujo turbulento con un número de Reynolds de 100., muy moderado, se necesita una malla con un millón de puntos.

Frecuentemente se acude a la simulación numérica sólo de los torbellinos grandes (L.E.S.) modelando, empíricamente todavía, el flujo en las escalas pequeñas (Subgrid Modelling). Ver por ejemplo Rogallo y Moin (1984).

## RUIDO AERODINAMICO

Otra área de la Mecánica de Fluidos que ha tenido un desarrollo espectacular en las últimas décadas es la que se ocupa del ruido y de los fenómenos acústicos, lineales o no. Los efectos no lineales en Acústica explican el campo lejano de perturbaciones inducidas por el movimiento supersónico de aviones y el estampido sónico; a este análisis hicieron contribuciones notables Whitham y Lighthill. Este último introdujo, en 1952, la Teoría del Ruido Aerodinámico, que posibilitó todo el trabajo posterior sobre el tema.

Para resaltar la importancia del ruido en la aviación, basta señalar que un Jumbo al despegar genera más energía acústica que la que produciría toda la población de Madrid gritando al mismo tiempo. La energía generada proviene de las capas límites turbulentas, de los álabes fijos y rotatorios de los motores, pero especialmente del chorro de salida.

Para describir el ruido aerodinámico, Lighthill dedujo, a partir de las ecuaciones del movimiento, una ecuación que determina las fluctuaciones de presión  $p'$ , y densidad,  $\rho'$ , respecto a sus valores ambientales  $p_0$  y  $\rho_0$ , donde la velocidad del sonido es  $a_0$ . Esta ecuación es la de las ondas, en la que aparecen como fuentes las derivadas segundas espaciales del tensor de esfuerzos de Lighthill.

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + p' \delta_{ij} - a_0^2 \rho' \delta_{ij}.$$

Estas fuentes son los cuadrupolos asociados a las fluctuaciones espaciales de los esfuerzos turbulentos. Mediante estimaciones del orden de magnitud de estas fluctuaciones puede obtenerse una predicción del ruido aerodinámico correspondiente a distintos flujos. Ver por ejemplo Crighton (1975).

Así, las fluctuaciones de densidad inducidas a una distancia  $r$ , por un campo fluido turbulento, de escala  $l$  y velocidad de fluctuación  $u$ , son del orden  $\rho' \sim \rho_0 (u/a_0)^4 l/r$ . La potencia acústica radiada por el torbellino es del orden  $\rho_0 u^8 l^2/a_0^5$ , creciendo con la octava potencia de la velocidad. Así, con la reducción en la velocidad de salida, al aumentar la relación de derivación de los modernos reactores de doble flujo, ha disminuido considerablemente la potencia acústica generada.

Dado que la energía cinética disipada por unidad de tiempo es del orden de  $l^3 \rho_0 u^2 / (l/u)$  la fracción de energía que se radia acústicamente es proporcional a la potencia quinta del número de Mach. Para chorros el factor de proporcionalidad, obtenido experimentalmente es del orden de  $10^{-4}$ ; este valor se debe a que las fluctuaciones turbulentas de velocidad son sólo del orden del 10 por ciento de la velocidad de salida.

Una fracción grande de la energía emitida procede de las estructuras coherentes, por ello, actuando sobre ellas se actúa sobre el ruido. El crecimiento rápido, con el número de Mach de la fracción de energía turbulenta que se radia acústicamente indica que esta radiación afectará notablemente al crecimiento en régimen supersónico de las estructuras coherentes, crecimiento que resulta ser mucho más lento.

El ruido aerodinámico procede también del flujo turbulento en la capa límite y del flujo no estacionario asociado a las zonas de separación y la interacción entre los chorros de los motores con las alas y fuselaje. La interacción entre el sonido y las estructuras coherentes es otro de los problemas básicos de la Acústica Aerodinámica.

## **SIMULACION NUMERICA**

La aparición de ordenadores con gran capacidad ha hecho posible el tratamiento numérico de muchos problemas fluidodinámicos reales; ver Birkhoff (1983) y Jiménez (1987b) y la exposición de J.M. Cuétara en este ciclo de conferencias. Con una estación de trabajo potente el investigador individual puede analizar los resultados de las simulaciones y dispone de un control interactivo de las mismas. La visualización de los resultados se facilita por la capacidad gráfica de las estaciones de trabajo.

La mayor parte de los flujos de interés para al Ingeniero Aeronáutico son flujos a altos números de Reynolds (con un carácter zonal), todavía no susceptibles a la simulación directa con ayuda de las ecuaciones de Navier-Stokes. Por ello ha de acudir a la simulación con ayuda de ecuaciones aproximadas de acuerdo con la región del campo fluido que se trata de describir.

En las regiones no viscosas la descripción puede hacerse con ayuda de las ecuaciones de Euler; pero al estar estas regiones limitadas por las capas de torbellinos (originadas por el desprendimiento de la capa límite), el cálculo del flujo no viscoso no puede ser hecho con rigor sin el análisis de las capas límites y de torbellinos que lo limitan; ver por ejemplo, Lock y Williams (1987). Las capas límites son sólo en parte laminares, después de una zona de transición pasan a turbulentas. El flujo en las capas de torbellinos es casi siempre turbulento.

Para la modelización de los flujos turbulentos se utilizan frecuentemente las ecuaciones de Reynolds para los valores medios locales con "cierres" puntuales para los esfuerzos de Reynolds. En el modelo  $k-\epsilon$ , la difusividad turbulenta se escribe en función de la energía cinética específica  $k$  de la turbulencia y de la energía disipada  $\epsilon$  por unidad de masa y tiempo; para calcular estos valores se escriben ecuaciones de transporte que a su vez deben completarse con modelos de cierre.

En el análisis de los flujos turbulentos asociados a los procesos de combustión juegan un papel importante las funciones de distribución de probabilidad de velocidades y concentraciones, y de nuevo es necesario modelar las ecuaciones que determinan estas distribuciones, utilizando información semi-empírica o procedimientos de cálculo con métodos de Montecarlo, como hace C. Dopazo y colaboradores en la E.T.S. de Ingenieros Industriales en Zaragoza.

Para tener en cuenta adecuadamente los efectos de las estructuras coherentes en el flujo, se han desarrollado los métodos no estacionarios que siguen la evolución de los torbellinos grandes (L.E.S.) y promedian las oscilaciones de escala pequeña, modelando los esfuerzos de Reynolds asociados a estas escalas. Ver Rogallo y Moin (1984). La simulación directa de los flujos turbulentos con ayuda de las ecuaciones de Navier-Stokes está todavía limitada a números de Reynolds (basados en la velocidad y tamaño característico de los torbellinos grandes) no muy superiores a  $10^2$ . Para esta simulación y para el análisis de los flujos laminares se utilizan - ver Boris (1989) y Sarpkaya (1989) - métodos espectrales, métodos de elementos finitos y diferencias finitas (con o sin mallas adaptativas), métodos mixtos, métodos de torbellinos y también el método de dinámica de gases reticulares.

En este último método el flujo se describe siguiendo la evolución de partículas que se desplazan en una red con velocidad fija y leyes simples de colisión. Cuando la longitud característica del flujo es grande frente al tamaño de la red, y las leyes de colisión cumplen las condiciones de conservación y simetría adecuadas, la respuesta macroscópica (dada por los valores medios de la densidad y velocidad de las partículas) sigue las ecuaciones de Navier-Stokes.

Las posibilidades que ofrece este procedimiento de simulación aumentarán en un futuro próximo con el desarrollo de procedimientos eficaces de fabricación de autómatas celulares; esto es, de sistemas de ordenadores simples asociados a cada punto de la red, que operan en paralelo. Por el momento, la simulación con el método de los gases reticulares puede hacerse con ordenadores vectoriales. Un ejemplo, es el cálculo hecho por Higuera y Succi y publicado en European Physics Letters en 1988, de las líneas de traza (mostradas en la Fig. 3) en el flujo, con  $Re = 80$ , alrededor de un cilindro circular.

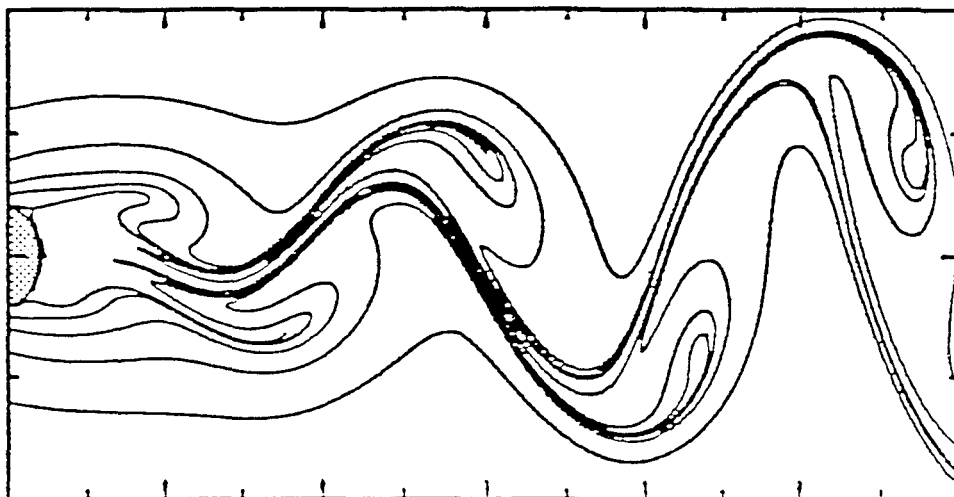


Fig. 3.- Líneas de traza o emisión correspondientes al flujo alrededor de un cilindro con número de Reynolds 80. Las líneas de traza corresponden bien con la visualización por emisión de humo.

## TECNICAS EXPERIMENTALES

Los sistemas láser han venido a revolucionar las técnicas experimentales en Mecánica de Fluidos, aplicados tanto a la visualización como a la velocimetría y medición de concentraciones y temperaturas. Ver Trolinger (1988).

Las ventajas de la Velocimetría Láser están asociadas a su carácter no intrusivo y a la coherencia y pequeña anchura de la banda de frecuencias de la luz láser. Al principio, debido a la pequeña potencia de los láser de Helio-Neodimio, la Velocimetría Láser estaba limitada a flujos en agua, por la necesidad de tener concentraciones altas de partículas trazadoras. Con la aparición del láser de Ion-Argon, con potencias de varios vatios, fue posible la medición en flujos gaseosos. La Velocimetría Láser puede hacerse midiendo la variación de frecuencia que por efecto Doppler, presenta la luz dispersada por partículas trazadoras, o también midiendo la frecuencia de la modulación de la luz recibida debido al paso de las partículas por las franjas de interferencia en el volumen de observación.

El láser ha venido también a revolucionar las técnicas de visualización. Aunque éstas tienen una larga historia su uso ha tenido un desarrollo explosivo en las últimas décadas. Como señaló irónicamente Liepmann, el descubrimiento de las estruc-

turas coherentes por Brown y Roshko fue consecuencia de la posibilidad de visualización (por umbrioscopía) de la capa de mezcla de dos corrientes de Helio y Nitrógeno. Por ser tan dispares sus densidades, fue posible, sin necesidad de un procedimiento de iluminación demasiado sofisticado, que M. Rebollo pudiese hacer una película del flujo, a un ritmo de 8000 fotos por segundo, que puso de manifiesto los torbellinos grandes y su evolución.

Los métodos de visualización proporcionan información directa cualitativa del flujo; ver Van Dyke (1982) y Nakayama (1988). También proporcionan información cuantitativa, gracias a las técnicas de tratamiento con ordenador de las imágenes, digitalizadas previamente, si no han sido obtenidas utilizando cámaras de video de tipo CCD. Ver Hanson (1986) y Agüi y Jiménez (1987).

Las técnicas de visualización son muy variadas y aquí sólo citaremos algunas de ellas.

Algunas de éstas buscan describir la forma del flujo sobre superficies sólidas, mediante el análisis visual del flujo de capas de aceite pigmentadas, o mediante interferometría para determinar el espesor de la capa, relacionándolo con la distribución de esfuerzos de fricción.

La visualización en el seno del fluido puede hacerse, como hacemos en nuestro Laboratorio, inyectando partículas trazadoras, como humo de tabaco, aerosoles y neblinas formadas por la condensación de vapores de Keroseno o aceites minerales; también por el Óxido de Titanio formado por la reacción de Tetracloruro de Titanio con vapor de agua. Las partículas siguen razonablemente el flujo, por ser su tamaño del orden de la micra. En el agua puede hacerse también la visualización generando burbujas de Hidrógeno desprendidas de un hilo conductor (que actúa como cátodo) excitado de modo pulsante.

Un elemento importante de la visualización es el método de iluminación. Frecuentemente se utiliza luz localizada en un plano, en realidad en una capa con espesor del orden del mm; la fuente de luz debe ser potente (lámpara de Mercurio o Halógeno, o bien procedente de un láser tipo  $Ar^+$ ). Mediante este procedimiento es fácil detectar las estructuras turbillonarias.

También se ha utilizado la Holografía para la visualización de flujos. El primer holograma publicado en el Journal of Fluid Mechanics y en el Annual Reviews of Fluid Mechanics en 1988 fue hecho por el Ingeniero Aeronáutico español J.C. Agüi. Ver Hesseling (1988).



La Espectroscopía láser, aprovecha los efectos de la interacción entre la radiación láser y las moléculas para deducir propiedades locales del flujo. La interacción puede ser de tipo elástico, sin cambio en los niveles energéticos de las moléculas, como es el caso de la dispersión de Rayleigh, o de tipo inelástico. En este último caso puede haber absorción de fotones, con paso de las moléculas a estados excitados y posterior emisión de luz cuando la molécula vuelve a su estado normal. Este tipo de interacción inelástica es la que se utiliza para la medición de la temperatura y densidad de especies en flujos en los procedimientos de Fluorescencia inducida por láser, Dispersión de Raman-Stokes y Anti-Stokes y CARS.

**Nota final.**

Para terminar debo señalar que, al igual que ocurre en otras ciencias básicas de la Ingeniería, la contribución española al desarrollo de la Mecánica de Fluidos, ha sido muy escasa. Sin embargo, no faltamos a la verdad al indicar que una fracción muy importante de esta contribución se debe a los Ingenieros Aeronáuticos y que ésta ha sido consecuencia de la labor impulsadora de Gregorio Millán. Por limitación de espacio sólo hemos podido citar en las páginas anteriores algunas de las contribuciones de los Ingenieros Aeronáuticos españoles a la Mecánica de Fluidos, dejando la exposición más completa para otra ocasión.

## BIBLIOGRAFIA

- Agüi, J.C. and Jiménez, J., *On the Performance of Particle Tracking*. J. Fluid Mech. **185**, pp. 447-468 (1987).
- Batchelor, G.K., *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge Univ. Press (1967).
- Bernal, L.P. y Roshko, A., *Streamwise Vortex Structure in Plane Mixing Layers*. J. Fluid Mech. **170**, pp. 499-525 (1986).
- Bird, G.A., *Molecular Gas Dynamics*. Clarendon Press (1976).
- Birkhoff, G., *Numerical Fluid Dynamics*. SIAM Review **24**, pp. 1-34 (1983).
- Boris, J.P., *New Directions in Computational Fluid Mechanics*. Ann. Rev. Fluid Mech. **21**, pp. 345-385 (1989).
- Brown, G. y Roshko, A., *On Density Effects and Large Scale Structures in Turbulent Mixing Layers*. J. Fluid Mech. **64**, pp. 775-816 (1974).
- Cantwell, B.J., *Organized Motion in Turbulent Flow*. Ann. Rev. Fluid Mech. **13**, pp. 457-515 (1981).
- Crighton, D.G., *Basic Principles of Aerodynamic Noise Generation*. Prog. Aerospace Sci., **16**, pp. 31-96 (1975).
- Daniels, P.G., *On the Unsteady Kutta Condition*. Quart. J. Mech. Appl. Math., **31**, pp. 49-75 (1978).
- Drazin, P.G. and Reid, W.A., *Hydrodynamics Stability*. Cambridge Univ. Press (1981).
- Fiedler, H.E., *Coherent Structures in Turbulent Flows*. Prog. Aerospace Sci., **25**, pp. 231-269 (1988).
- Guckenheimer, J., *Strange Attractors in Fluids: Another View*. Ann. Rev. Fluid Mech., **18**, pp. 15-31 (1986).
- Hanson, R.K., *Combustion Diagnostics: Planar Imaging Techniques*. 21st. Symposium (Int) on Combustion, pp. 1677-1691 The Combustion Institute (1986).
- Hesslink, L., *Digital Image Processing in Flow Visualization*. Ann. Rev. Fluid Mech., **20**, pp. 421-485.
- Jiménez, J., *Linear Stability of the inviscid Karman Vortex Street*. J. Fluid Mech., **178**, pp. 177-194 (1987a).
- Jiménez, J., *La Simulación Numérica en Mecánica de Fluidos*. Rev. Española de Física-C, **1**, pp. 69-76 (1987b).
- Jiménez, J. (Editor), *The Role of coherent Structures in Modelling Turbulence and Mixing*. Lecture Notes in Physics Vol. 136. Springer (1980).
- Jiménez, J., *Transition to Turbulence in Two-dimensional Poiseuille Flow*. Submitted to J. Fluid Mech. (1989).
- Jiménez, J., Cogollos, M. y Bernal, L.P., *A Perspective View of the Plane Mixing Layer*. J. Fluid Mech., **152**, pp. 125-143 (1985).
- Kevorkian, J. y Cole, J.D., *Perturbation Methods in Applied Mathematics*. Springer-Verlag (1981).
- Kogan, M.N., *Molecular Gas Dynamics*. Ann. Rev. Fluid Mech., **5**, pp. 383-404 (1973).
- Lamb, H., *Hydrodynamics*. Dover (1945).

Landau, L. y Lifchitz, E.M., *Fluid Mechanics*. Pergamon (1959).

Landford, O.E., *The Strange Atractor Theory Turbulence*. Ann. Rev. Fluid Mech., **14**, pp. 347-364 (1982).

Lasheras, J.C. y Choi, H., *Three-dimensional Instability of a Plane Free Shear Layer: An Experimental Study of the Formation and Evolution of Streamwise Vortices*. J. Fluid Mech. **189**, pp. 53-86 (1988).

Lighthill, M.J., *On Boundary Layers and Upstream Influence*. Proc. Roy. Soc., A, **217**, pp. 478-507 (1953).

Lighthill, M.J., *On Sound Generations Aerodynamically*. Proc. Roy. Soc., A, **211**, pp. 564-587 (1952).

Liu, J.T.C., *Coherent Structures in Transitional and Turbulent Free Shear Flows*. Ann. Rev. Fluid Mech., **21**, pp. 285-315 (1989).

Lock, R.C. y Williams, B.R., *Viscous-Inviscid Interactions in External Aerodynamics*. Prog. Aerospace Sci., **24**, pp. 51-171 (1987).

Messiter, A.F., *Boundary Layer Flow near the Trailling edge of a Flat Plate*. SIAM J. Appl. Math., **18**, pp. 241-257 (1970).

Miler, J., *Strange Attractors in Fluid Mechanics*. Advances in Appl. Mech., **24**, pp. 189-214.

Millán, G., *Problemas Matemáticos de la Mecánica de Fluidos. Estructura de las Ondas de Choque y Combustión*. Discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias (1975).

Millán, G., *La Resolución Numérica de los Problemas Aerodinámicos*. Real Academia de Ciencias (1978).

Muntz, E.P., *Rarefied Gas Gynamics*. Ann. Rev. Fluid Mech., **21**, pp. 387-417 (1989).

Nakayama, Y., *Visualized Flow*. Ed. por la Sociedad Japonesa de Ingenieros Mecánicos. Pergamon Press (1988).

Neiland, V. Ya., *Towards a Theory of Separation of the Laminar Boundary Layer in a Supersonic Stream*. Fluiid Dyn., **4**, pp. 33-35 (1969).

Rayleigh, J.W.S., *The Theory of Sound*. Vol, I y II. Dover (1945).

Rogallo, R.S. y Moin, P., *Numerical Simulation of Turbulent Flows*. Ann. Rev. Fluid Mech., **16**, pp. 99-137 (1984).

Sarpkaya, T., *Computational Methods with Vortices*. ASME J. Fluids Engng. **111**, pp. 5-52 (1989).

Sherman, F.S., *The Transition from Continuum to Molecular Flow*. Ann. Rev. Fluid Mech., **1**, pp. 317-340 (1969).

Smith, F.T., *On the High Reynolds Number Theory of Laminar Flows*. IMA J. Appl. Math., **28**, pp. 207-281 (1982).

Smith, F.T., *Steady and Unsteady Boundary-layer Separation*. Ann. Rev. Fluid Mech., **18**, pp. 197-220 (1986).

Stewartson, K., *D'Alembert's Paradox*. SIAM Review, **23**, pp. 308-343 (1981).

Sychev, V.V., *Sobre la Separación Laminar*. Izv. Akad. Nauk. SSSR Mekh. Zhidk. Gaza, **3**, pp. 47-59 (1972).

Teman, R., *Navier-Stokes Equations*. North Holland Elsevier (1977).

Trolinger, J.D., *Laser Applications in Flow Diagnosis*. AGARD Monograph n° 296 (1988).

Van Dyke, M. *An Album of Fluid Motion*. Stanford Calif. Parabolic Press Stanford (1982).

Van Dyke, M.D., *Perturbation Methods in Fluid Mechanics* Academic Press (1964) y Parabolic Press (1975).

Vincenti, W.G. and Kruger, C.H., *Introduction to Physical Gas Dynamics*. John Wiley (1965).

Zeldovich, Ya.B. and Raizer, Yu.P., *Physics of Shock Waves and High Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Vol, I y II. Academic Press (1967).

Zeldovich, Ya.B., Baremlat, G.I., Librovich, V.B y Makhviladze, G.M., *The Mathematical Theory of Combustion and Explosion*. Plenum Press (1984)

Williams, F.A., *Combustion Theory*. 2<sup>nd</sup> Edition. Benjamin Cummings (1985).